教育実習における配布資料*

新潟大学理学部数学科
在籍番号：S13A150X　田中　環
E-mail: prtana@gs.niigata-u.ac.jp

平成 26 年 6 月 13 日 (金)

1　数学 A—集合の表し方

集合の表し方には，次の 2 通りの方法がある。

1. 要素をすべて書き並べて表す。
2. 要素の条件を述べて表す。

例えば，4 以下の自然数の集合 A は，

- 1 の方法では，$A = \{1, 2, 3, 4\}$
- 2 の方法では，$A = \{x | x$ は 4 以下の自然数 $\}$

と表される。このとき，$B = \{2, 4, 6, 8\}$ ならば，$A \cap B = \{2, 4\}$ となる。また，$\{2, 4\} \subset A$ であり，$6 \in B$ だが，$6 \notin A$ となる。

2　数学 C—行列とその応用

(a) 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の逆行列は存在する場合は，$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ となる。

(b) 連立 1 次方程式 $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y + 3z = 6 \\ 3x - 2y + 3z = 1 \end{cases}$ も行列を使って，

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$ のように表せる。

(c) 原点の周りの角 θ の回転移動は，行列 $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ で表される。

詳しい，行列とベクトルのお話については，参考文献 [3] を見てください。

*この資料は，平成 28 年に母校の高等学校での教育実習において配布されたものである。

3　内積について

n 次元のユークリッド空間 $\boldsymbol{E}^n$ において，２つのベクトル $\boldsymbol{x} = (x_1, \ldots, x_n)^{\mathrm{T}}$ と $\boldsymbol{y} = (y_1, \ldots, y_n)^{\mathrm{T}}$ に対して，

$$\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \rangle = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i \tag{1}$$

とおくとこれは $\boldsymbol{E}^n$ 上の内積となる。ここで，第１章で学習した，行列とベクトルの積を利用すると，上の (1) 式は次のようにも表すことができる。

$$\langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \rangle = \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{y}$$

２変数の一次方程式 $ax + by = 1$ は，内積の記号を使うと次のように解釈することが出来る。

$$\left\langle \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right\rangle = 1$$

また，次のコーシー・シュワルツの不等式が成立する。

$$-\|\boldsymbol{x}\|\|\boldsymbol{y}\| \leq \langle \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \rangle \leq \|\boldsymbol{x}\|\|\boldsymbol{y}\|$$

参考文献

[1] C. Tammer, A Generalization of Ekeland's Variational Principle, Optimization, Vol.25, pp.129–141, 1992.

[2] 川崎英文, 「極値問題」横浜図書, 2004.

[3] 吉原久夫, 印南信宏, 小島秀雄, 竹内照雄, 田中環, 「要点明解 線形数学」横浜図書, 2004.