

最適化数学 A

(251S1517)

小テスト [A3]

学 年	在 籍 番 号	氏 名	
年		《解答例》	/10 点

1 次の線形計画問題を標準形に直せ。(10 点)

(LP-1) Maximize $-5x_1 - 7x_2 - 11x_3 - 15x_4$
subject to $x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10$
 $x_2 + x_3 + 3x_4 = 20$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0.$

(LP-2) Minimize $-x_1 - x_2$
subject to $x_1 + x_2 \leq 10$
 $x_2 + x_3 \geq 20$
 $x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$

(LP-1) 解答例

$(-1) \times$ (LP-1) Minimize $5x_1 + 7x_2 + 11x_3 + 15x_4$
subject to $x_1 + x_2 + 2x_3 + x_5 = 10$
 $x_2 + x_3 + 3x_4 = 20$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0.$

※ (-1) はなくてもよい。ただし、ない場合の最適値は、元の問題の最適値の (-1) 倍となることに注意する。また、目的関数の所を $5x_1 + 7x_2 + 11x_3 + 15x_4 + 0x_5$ としてもよい。

(LP-2) 解答例

最初に、変数 x_1 に非負制約がないので、 $x_1 = y - z$ とおき、 $y \geq 0, z \geq 0$ とすることで、正の数と正の数の差で全ての数が表せることを利用する。後は、不等式制約の所をスラック変数を使って等式制約に直すと以下のような問題に変形される。

(LP-2) Minimize $-(y - z) - x_2$
subject to $(y - z) + x_2 + x_4 = 10$
 $x_2 + x_3 - x_5 = 20$
 $y \geq 0, z \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0.$

このままでも標準形になっているが、変数の文字を書き直して以下のようにすると見やすくなる。もちろん、 $+0x_4 + 0x_5 + 0x_6$ の項はなくても構わない。

(LP-2) Minimize $-x_1 + x_2 - x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$
subject to $x_1 - x_2 + x_3 + x_5 = 10$
 $x_3 + x_4 - x_6 = 20$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0, x_6 \geq 0.$