

最適化数学 A

(231S1517)

レポート [A2]

学年	在籍番号	氏名	
年		解答例	/20点

1 次の線形計画問題について、以下の各問いに答えよ。

(LP) Min $3x_1 - x_2$
 s.t. $-2x_1 + 2x_2 \leq 2$
 $x_1 - 2x_2 \leq 2$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

「Min」は「Minimize」の略
 「s.t.」は「subject to」の略

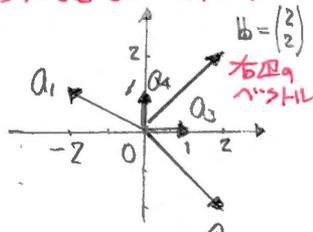
この2つの式 \rightarrow LPの式はLT: 不等式
 1つの2' 出し出し 実行可能領域の端点が必要とナリ

- いくつかのスラック変数を挿入して、問題 (LP) を標準形 (LP)' に直せ。(5点)
- (1) の標準形問題の実行可能基底解をすべて求めよ。また、それらの場合の目的関数の値も求めよ。(5点)
- 問題 (LP) の実行可能領域を図示し、最適解と最適値を求めよ。(5点)
- 標準形 (LP)' をシンプレックス法で解き、最適解と最小値を求め、(2)、(3) と比較して分析せよ。(5点)

(LP)' の制約方程式の左辺の列ベクトル E

(2) $a_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ とおけ

制約条件を満たす場合の基底ベクトルの選び方は
 この3通りのみ (b ∈ 間に1つだけ2つのベクトル)
 $\{a_1, a_3\}, \{a_3, a_4\}, \{a_2, a_4\}$
 \therefore 実行可能基底解は
 $x_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, x_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$
 また、各目的関数の値は



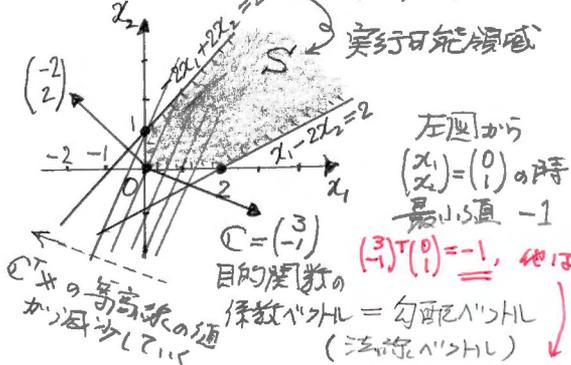
$C = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ とおくと $C^T x_1 = 6, C^T x_2 = 0, C^T x_3 = -1$.

(LP)' Min $3x_1 - x_2 + 0x_3 + 0x_4$
 s.t. $-2x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$
 $x_1 - 2x_2 + x_4 = 2$
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$

1つだけ OK.

2つは必要.

(3) $S = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mid \begin{matrix} -2x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{matrix} \right\}$



左側から $(x_1, x_2) = (0, 1)$ の時
 最小値 -1
 $(-1)^T (0, 1) = -1$, 他は

$(-1)^T (0, 0) = 0, (-1)^T (2, 0) = 6$

(4) $\begin{array}{ccc|ccc} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ \hline 2 & 0 & 1/2 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1/2 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 4 & 4 \end{array}$ (答) LP について

1反復のみ
 $(x_1, x_2) = (0, 1)$ の時
 最小値 -1
 533 (LP)' の
 最適解は $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$
 最適値は -1
 [分析]
 (2) の (LP)' の実行可能解は3つあり、
 出し出し (3) の実行可能領域の端点。 (0,0), (0,1) に
 対応している (4) から (LP) の最小値は (0,1) で
 実現されている。これは (3) の結果と一致している。